Leis de mortalidade: convergência ou divergência entre diferentes pontos de vista sobre a mortalidade portuguesa

Filipe Ribeiro, *Universidade de Évora/MPIDR*
José Gonçalves Dias, *Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE-IUL)*
Maria Filomena Mendes, *Universidade de Évora*

Évora, 12 de Setembro de 2012

Introdução

- Frequente utilização da força de mortalidade na análise do número de mortes *per capita*;
- Desenvolvimento de diversas *leis de mortalidade* (modelos estatísticos);
- No entanto, até aos dias de hoje, nenhuma lei pode ser rotulada de *"universal"*.

Perguntas de partida

- Será que algumas dessas leis se adequam à realidade portuguesa?
- E qual será a que se ajustará melhor?

Perguntas de partida

- Será possível que uma só lei se adapte da mesma forma a ambos os sexos?
- E o que nos dirá a análise dos parâmetros estimados pelos diferentes modelos?

Dados

- Recorreu-se à *Human Mortality Database* (HMD), de onde se recolheram os dados referentes:
    - Ao número de mortos por idade e sexo;
    - Ao número de expostos ao risco por idade e sexo;
    - Para o período entre 1940 e 2009.

Abordagem Metodológica

- Após a análise cuidada de algumas *leis de mortalidade*, optou-se por aplicar um estimador de máxima verosimilhança:

$$lnL(\theta) = \sum_{i=1}^{m} \{y_{ij}\ ln[\mu_{ij}(\theta)] - \mu_{ij}(\theta) * E_{ij}\},$$

  - Em que θ corresponde aos parâmetros do modelo a serem estimados.

Abordagem Metodológica

- Desta forma, assumimos que o número total de mortes (y_{ij}) no ano j e com idade i, segue uma distribuição *Poisson* com média $\mu_{ij} \times E_{ij}$, em que E_{ij} corresponde ao número de indivíduos expostos ao risco no ano j e com idade i:

$$y_{ij} \sim \text{Poisson}\left(\mu_{ij} \times E_{ij}\right)$$

Leis de mortalidade

- Gompertz (1825):

$$\mu_x = ae^{bx}$$

Leis de mortalidade

- Makeham (1860):

$$\mu_x = ae^{bx} + c$$

Leis de mortalidade

- Kannisto (1992):

$$\mu_x = \frac{ae^{bx}}{1 + ae^{bx}} + c$$

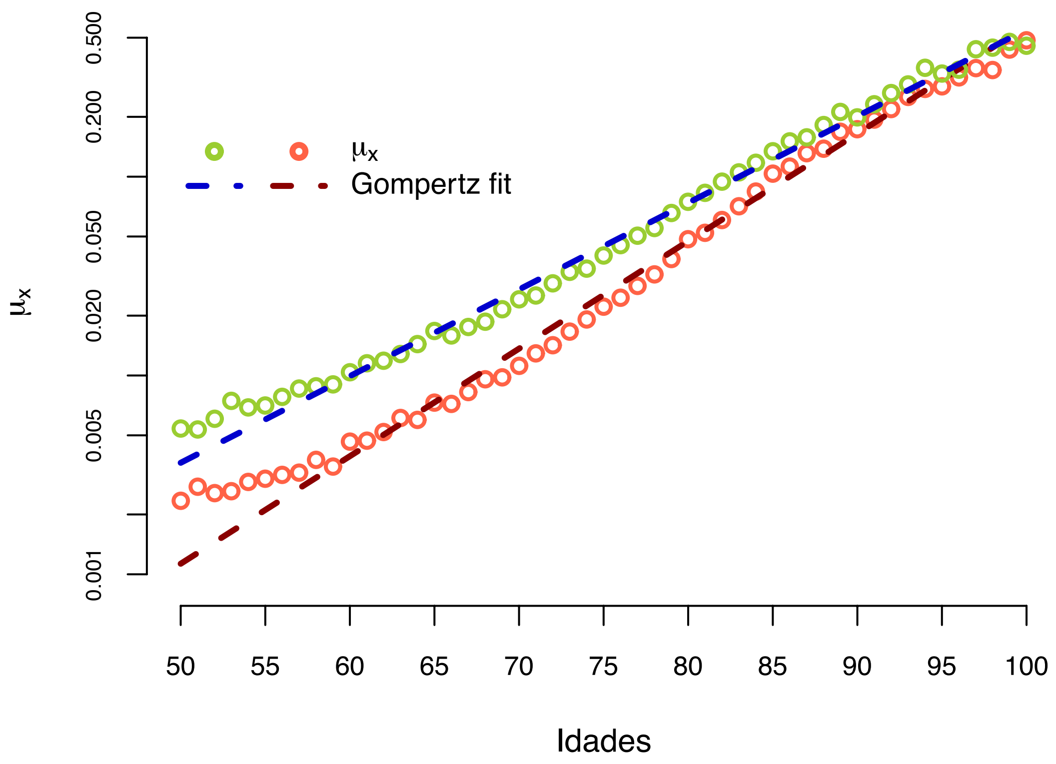
Leis de mortalidade

- No entanto, é sabido que todas as populações são heterogéneas e alguns indivíduos são mais frágeis do que outros, daí Vaupel *et al.* (1979):

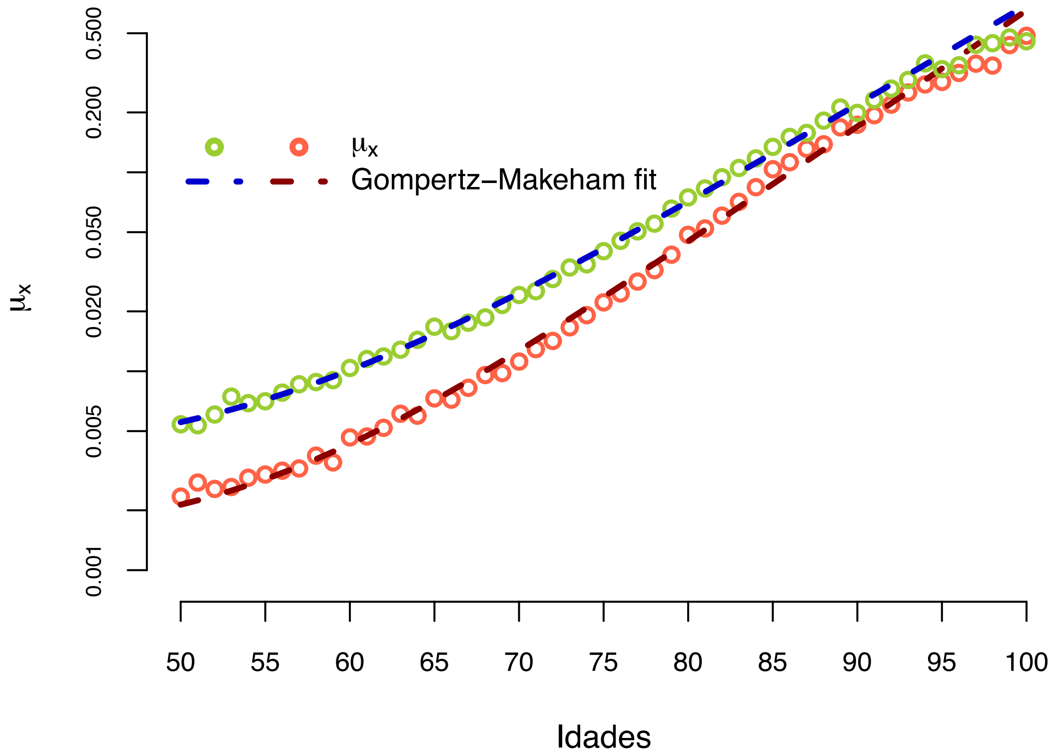
$$\mu_x = \frac{ae^{bx}}{1 + \frac{\sigma^2 a}{b}(e^{bx} - 1)}$$

$$\mu_x = \frac{ae^{bx}}{1 + \frac{\sigma^2 a}{b}(e^{bx} - 1)} + C$$

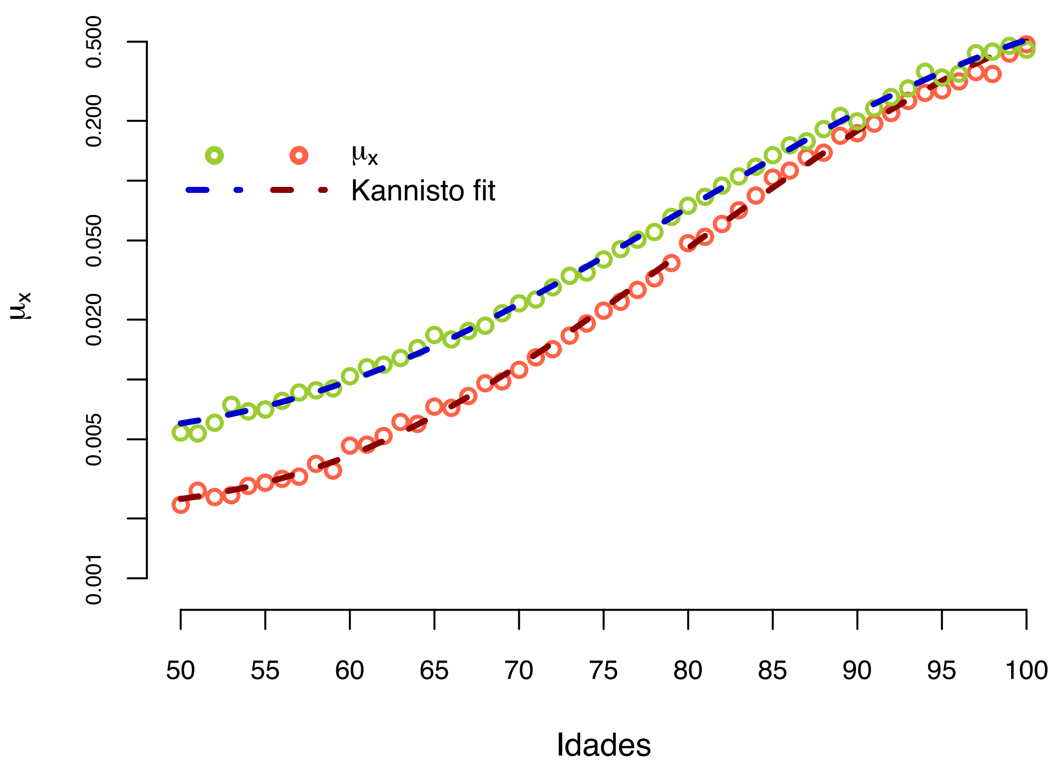
Ajustamentos (2009)



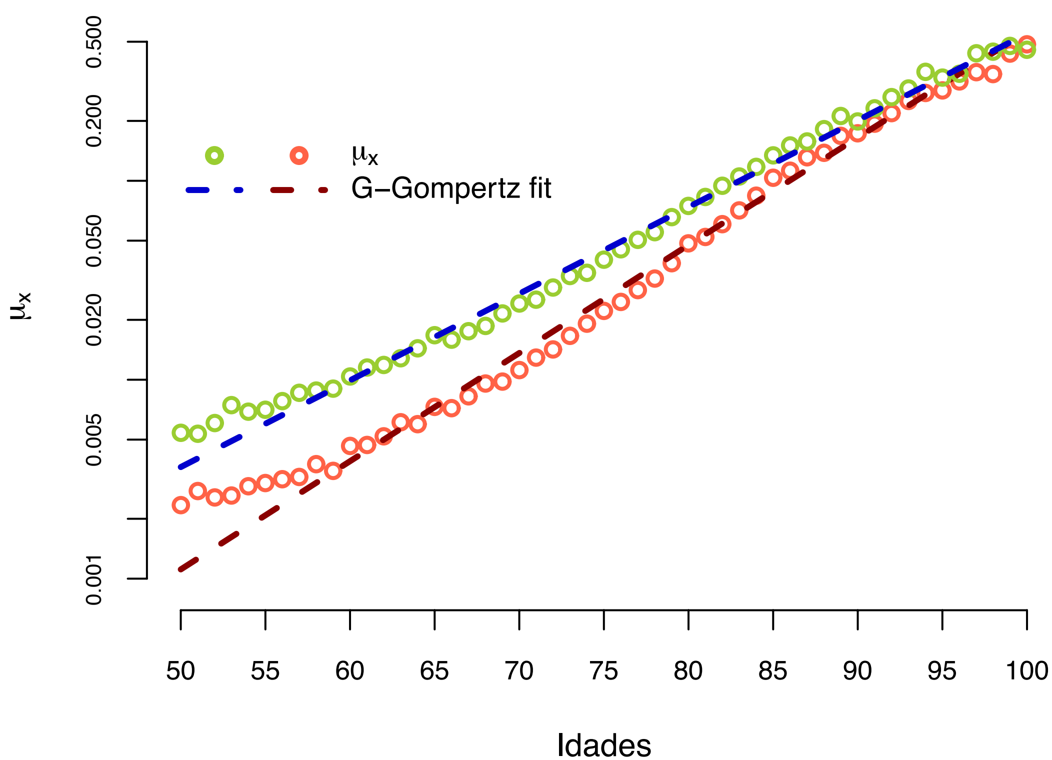
Ajustamentos (2009)



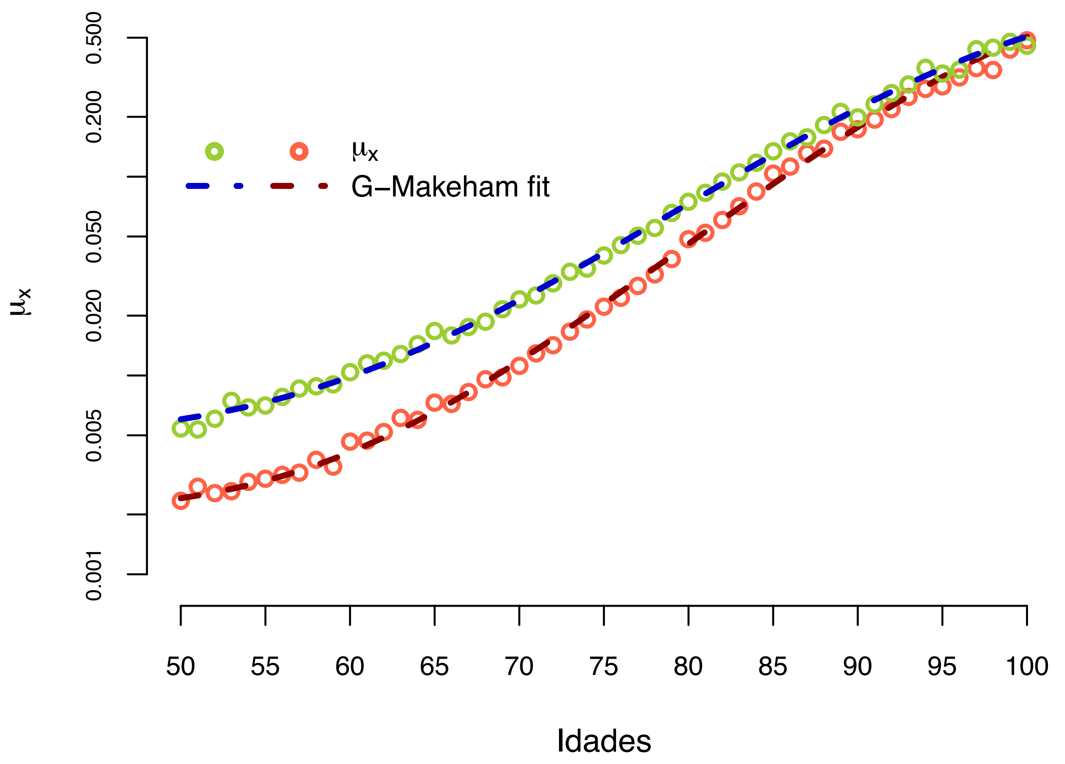
Ajustamentos (2009)



Ajustamentos (2009)



Ajustamentos (2009)



Será que uma distribuição de fragilidade diferente não se ajustaria melhor?

Hougaard

- Deste modo, recorreu-se à distribuição de fragilidade derivada por Hougaard em 1986, aqui já com mortalidade de base Gompertz:

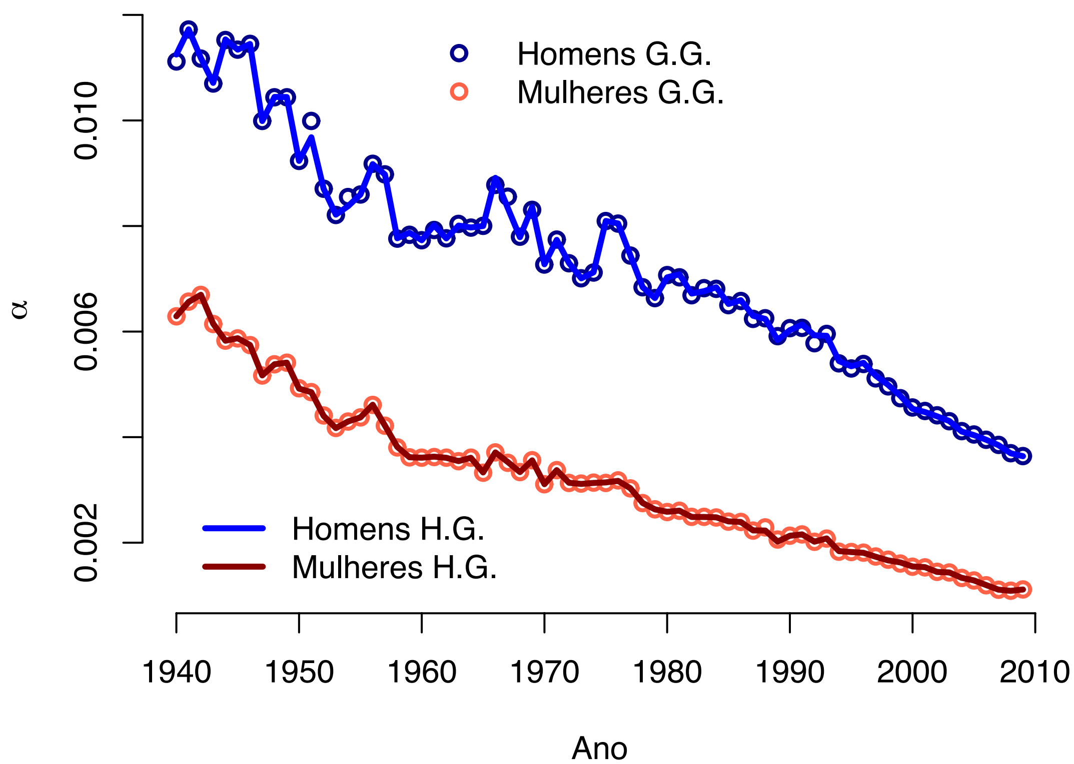
$$\mu_x = \frac{ae^{bx}}{\left(1 + \frac{\sigma^2}{1-\gamma}\frac{a}{b}(e^{bx} - 1)\right)^{1-\gamma}}$$

Hougaard

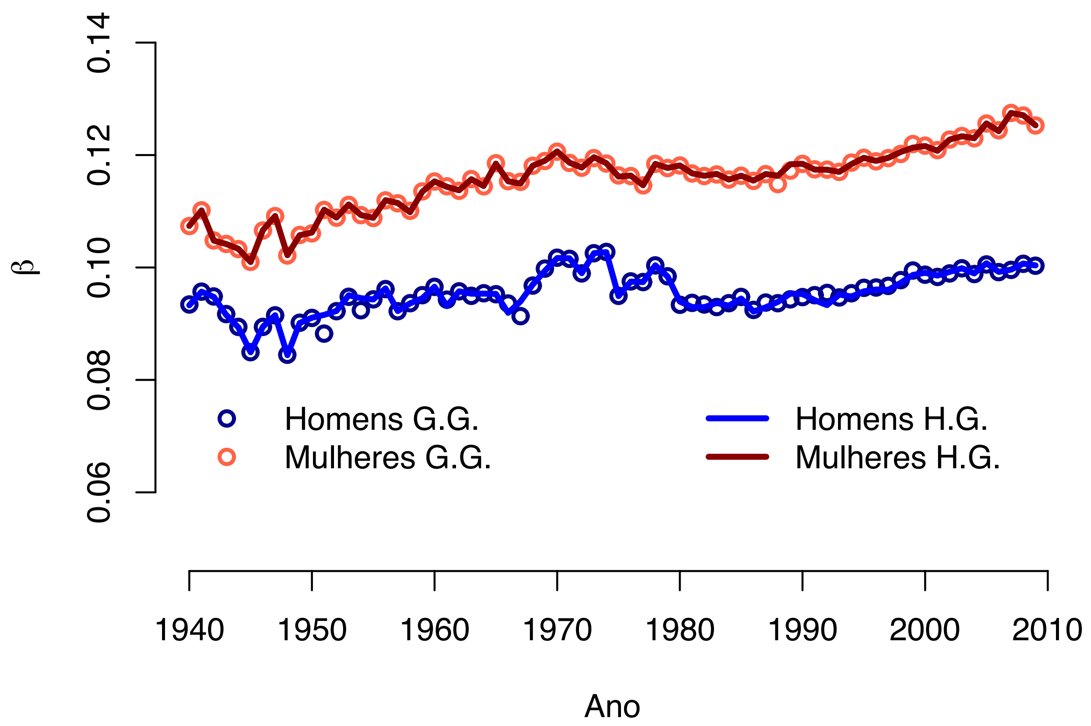
- Aqui, é o parâmetro γ que vai permitir identificar ou não a distribuição de fragilidade gama como a mais correta.

- Assim com $\gamma = 0$, obtemos facilmente $Z \sim Ga(1/\sigma^2, 1/\sigma^2)$, enquanto que com $\gamma = 0.5$ o resultado será uma distribuição <u>*Gaussiana Inversa*</u>.

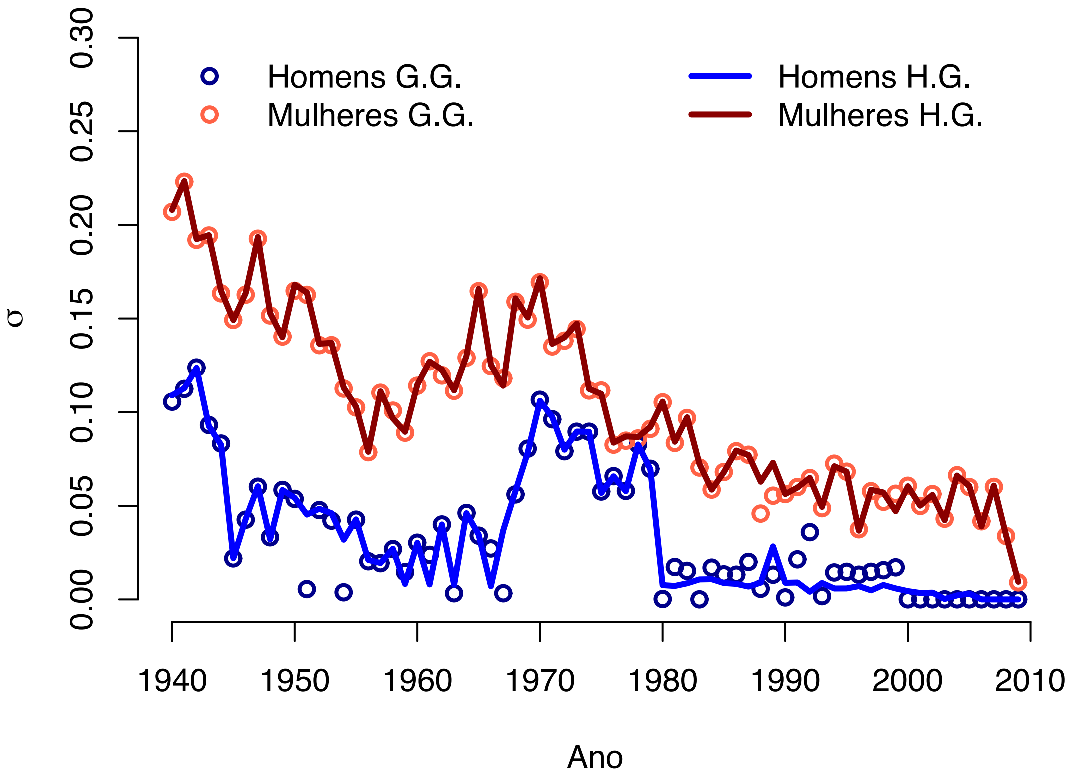
Distribuição de fragilidade gama?



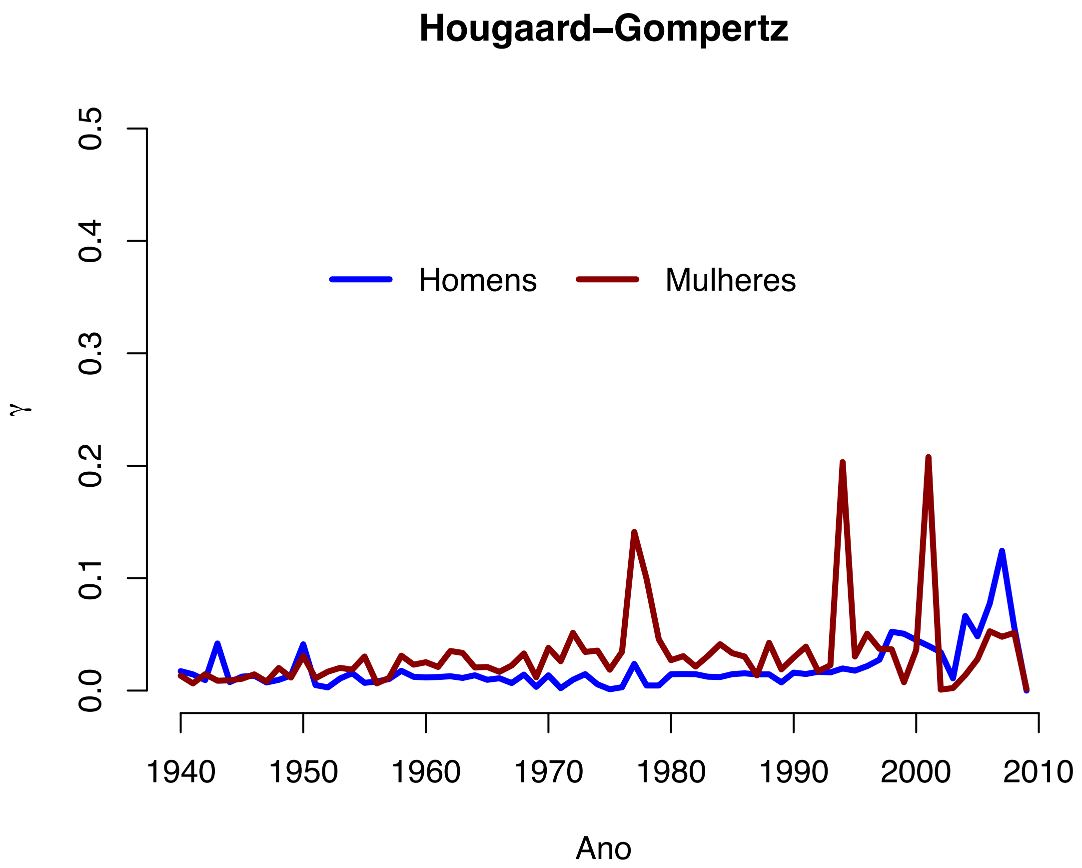
Distribuição de fragilidade gama?



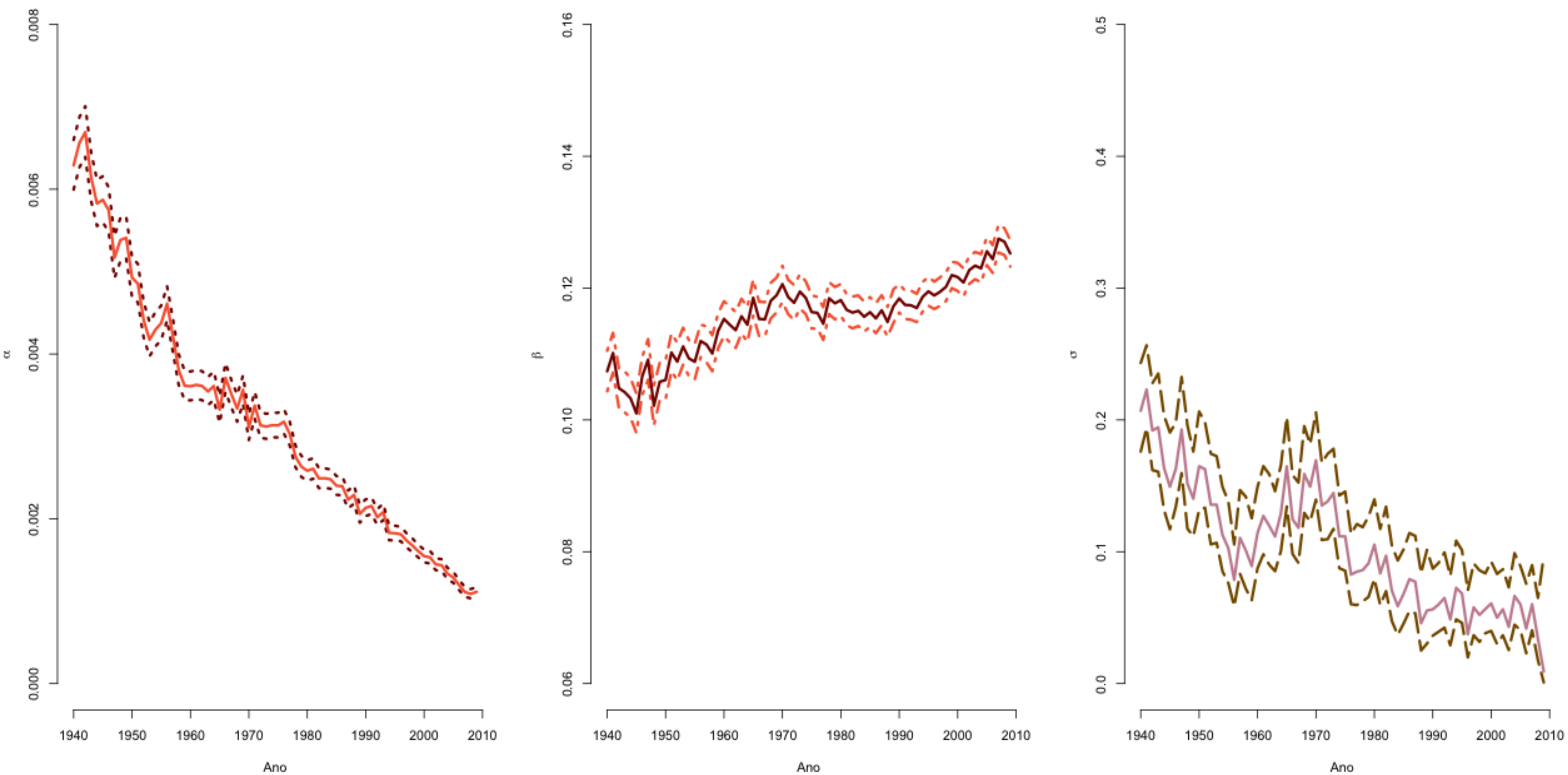
Distribuição de fragilidade gama?



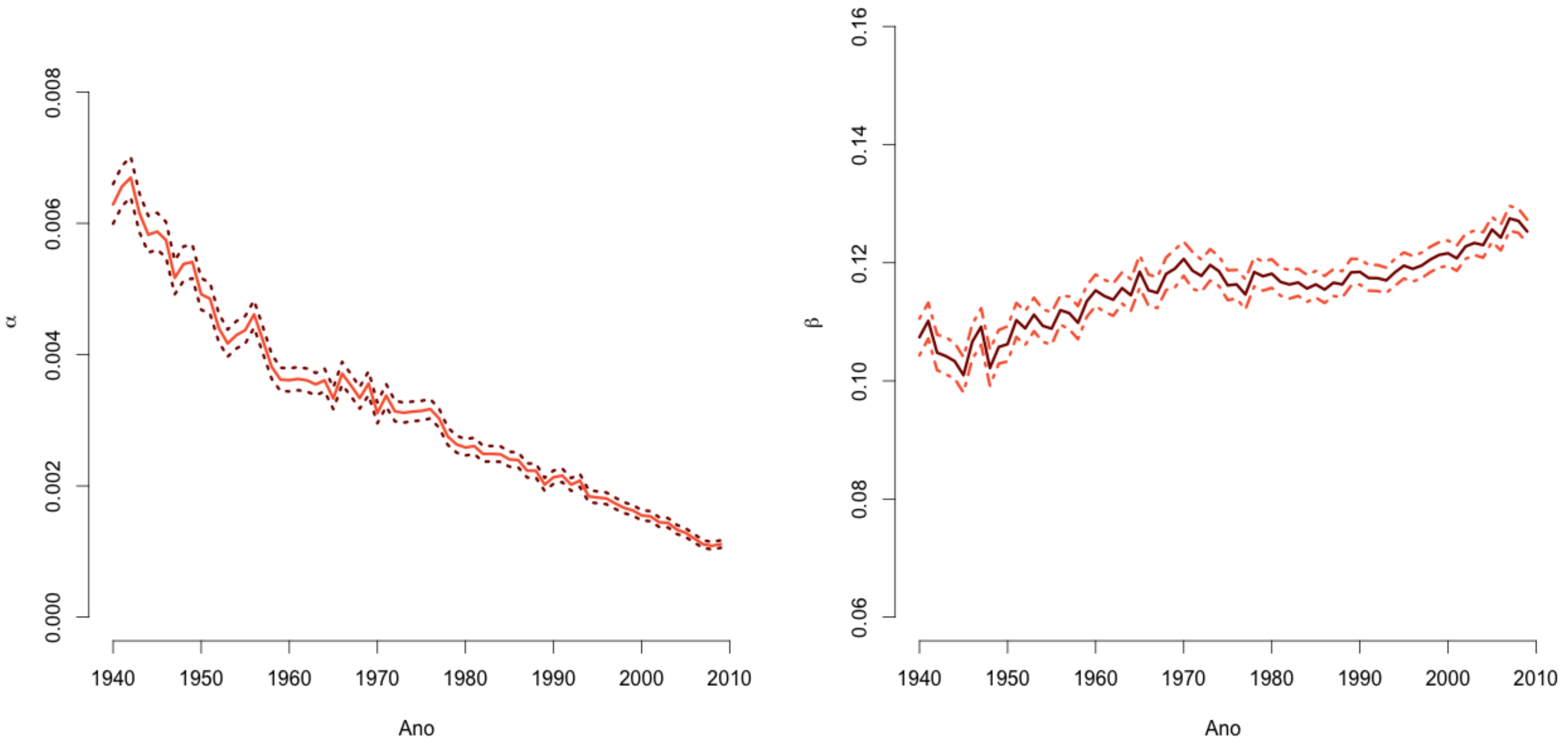
Distribuição de fragilidade gama?



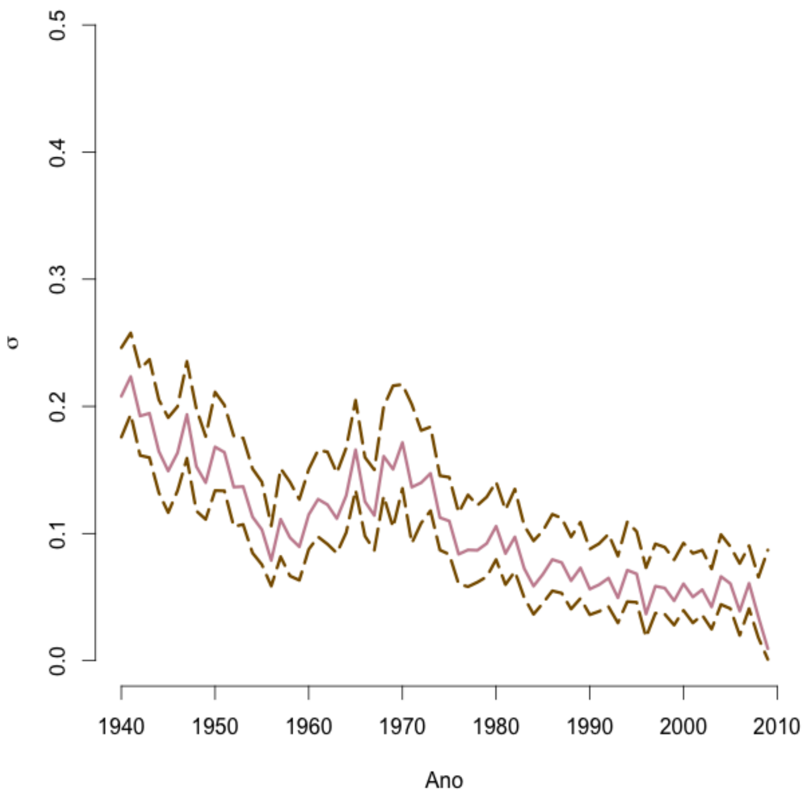
Intervalos de Confiança 99%
Gama

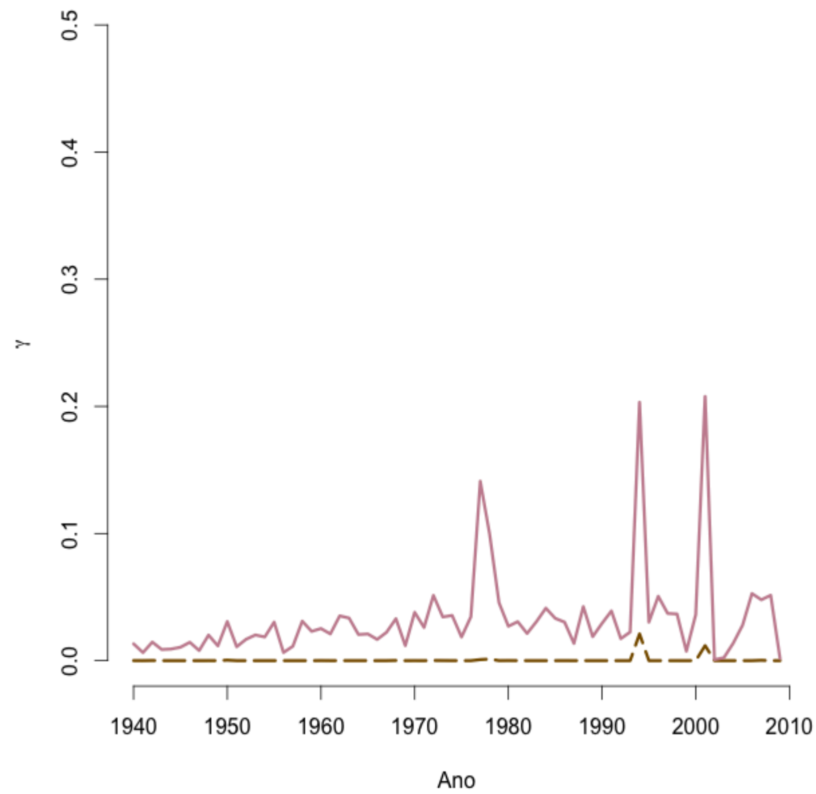


Intervalos de Confiança 99% Hougaard



Intervalos de Confiança 99% Hougaard





Conclusões I

- O nível de mortalidade aos 50 anos encontra-se a diminuir;
- A velocidade de envelhecimento β encontra-se a aumentar para ambos os sexos;
- A constante C parece desempenhar um papel fundamental no ajuste do modelo, pelo menos em anos mais recentes;

Conclusões II

- Apesar do modelo desenvolvido por Kannisto em 1992 apresentar resultados muito próximos com o desenvolvido por Vaupel *et al.* em 1979, o segundo surge como melhor opção tendo em conta que estamos perante uma população heterogénea;

Conclusões III

- O modelo de fragilidade derivado por Hougaard em 1986, e aqui aplicado com uma mortalidade de base Gompertz, permitiu concluir que, pelo menos para Portugal, a distribuição de fragilidade Gama é a mais indicada.

Referências

- **Bongaarts**, J. (2004). Long range terms in adult mortality: models and projections methods. Paper presented at PAA, Boston.
- **Gompertz**, B. (1825). On the nature of the function expresive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies.Philosophal Transactions of the Royal Society of London 115, 513-585.
- **Makeham**, W. M. (1860). On the law of mortality. Journal of the institute of actuaries 13, 283-287.
- **Thatcher**, A. R., **Kannisto**, V., **Vaupel**, J. (1999). The force of mortality at ages 80 to 120. Odense monographs on population aging, 5. Odense University Press, Odense, Denmark.
- **Vaupel**, J., **Manton**, K., **Stallard**, E. (1979). The impact of heterogeneity in individual frailty on the dynamics of mortality. Demography 16, 855-860.